

# Математика В ШКОЛІ



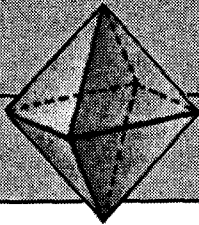
9'2008

ІНДЕКС 74326

НОВІ ПІДРУЧНИКИ  
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ

КОНТРОЛЬ ТА КОРЕКЦІЯ.  
5 КЛАС

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ



## ЗМІСТ

## НОВІ ПІДРУЧНИКИ

<i>Григорій БЕВЗ, Валентина БЕВЗ</i> Особливості підручника «Алгебра, 8» .....	3
<i>Михайло БУРДА, Ніна ТАРАСЕНКОВА</i> Про новий підручник з геометрії для 8 класу .....	8

## МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

<i>Василь ШВЕЦЬ, Валентина КЛІНДУХОВА</i> Наближені обчислення у 9 класі .....	16
<i>Яків БРОДСЬКИЙ, Надія ЖУРБЕНКО, Олександр ПАВЛОВ, Тамара ХМАРА</i> Дидактичні матеріали для коригування базового рівня математичної підготовки учнів 5-х класів .....	22
<i>Сергій СЕМЕНЕЦЬ</i> Геометричні місця точок площини: постановка та розв'язування навчальних задач .....	28
<i>Ірина КОРНЕЙЧУК</i> Аналогія у вивченні властивостей піраміди .....	31

## ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ

<i>Варвара СТАСЮК, Світлана ГРИГУЛИЧ</i> Застосування теорії ймовірності до розв'язування економічних задач прикладної спрямованості за розділом «Випадкові події» .....	36
--	----

## НАУКА – ВЧИТЕЛЮ

<i>Аркадій ЖОХОВ</i> Основні положення світоглядно спрямованого навчання математики в сучасній школі .....	40
--	----

## ЗАРУБІЖНИЙ ДОСВІД

<i>Богдана ФУРТАК, Лідія ШВЕЦЬ</i> Деякі міркування щодо правил вступу до вищих навчальних закладів України .....	44
---	----

## МАТЕМАТИЧНІ ОЛІМПІАДИ

<i>Валентина БОРИСОВА, Катерина РАБЕЦЬ</i> Математичні олімпіади .....	46
---	----

## КЕРІВНИКАМ МАТЕМАТИЧНИХ ГУРТКІВ

<i>Микола ПИХТАР</i> Методика роботи та система задач з теми «Функціональні рівняння» .....	48
<i>Віра ПОЛЬСЬКА</i> Математичний вечір «Математика навколо нас» .....	53

## СТОРІНКИ ІСТОРІЇ

<i>Людмила БЛАГОДИР, Ольга ЛЕСИК</i> Біографії вчених як елемент історизму на уроках математики .....	55
--	----

## НАШІ АВТОРИ

**БЕВЗ Валентина Григорівна** — доцент кафедри математики і методики викладання математики Інституту фізико-математичної та інформатичної освіти і науки НПУ ім. М. Драгоманова, доктор педагогічних наук

**БЕВЗ Григорій Петрович** — доцент, кандидат педагогічних наук, м. Київ

**БЛАГОДИР Людмила Андріївна** — викладач кафедри математики Уманського державного педагогічного університету

**БОРИСОВА Валентина Олександрівна** — методист Інституту інноваційних технологій і змісту освіти МОН України

**БРОДСЬКИЙ Яків Соломонович** — доцент кафедри вищої математики та методики викладання математики Донецького національного університету, кандидат фізико-математичних наук

**БУРДА Михайло Іванович** — учений секретар президії АПН України, доктор педагогічних наук, член-кореспондент АПН України

**ГРИГУЛИЧ Світлана Миколаївна** — доцент кафедри вищої математики Київського національного економічного університету ім. В. Гетьмана, кандидат педагогічних наук

**ЖОХОВ Аркадій** — Ярославський державний педагогічний університет ім. К. Ушинського, Росія

**ЖУРБЕНКО Надія Валеріївна** — науковий співробітник Інституту інноваційних технологій і змісту освіти МОН України

**КОРНЕЙЧУК Ірина Валеріївна** — аспірант Дрогобицького державного педагогічного університету ім. І. Франка

**КЛІНДУХОВА Валентина Миколаївна** — асистент кафедри вищої математики та фізики Кіровоградського національного технічного університету

**ЛЕСИК Ольга Сергіївна** — студентка IV курсу фізико-математичного факультету Уманського державного педагогічного університету

**ПАВЛОВ Олександр Леонідович** — доцент кафедри вищої математики та методики викладання математики Донецького національного університету, кандидат фізико-математичних наук

**ПИХТАР Микола Петрович** — старший викладач вищої математики Славутської філії НТУУ «КПІ», викладач математики ліцею м. Славуті

**ПОЛЬСЬКА Віра Васиївна** — вчитель математики гімназії «Софія», м. Дніпропетровськ, Запорізької області

**РАБЕЦЬ Катерина Володимирівна** — доцент Української академії банківської справи, кандидат фізико-математичних наук

**СЕМЕНЕЦЬ Сергій Петрович** — доцент кафедри математики Житомирського державного університету ім. І. Франка, кандидат педагогічних наук

**СТАСЮК Варвара Дмитрівна** — доцент кафедри вищої математики Київського національного економічного університету ім. В. Гетьмана, кандидат педагогічних наук

**ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна** — проректор з наукової роботи Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького, доктор педагогічних наук

**ФУРТАК Богдана Любомирівна** — доцент Української академії друкарства, кандидат педагогічних наук

**ХМАРА Тамара Миколаївна** — провідний науковий співробітник Інституту педагогіки АПН України, кандидат педагогічних наук

**ШВЕЦЬ Василь Олександрович** — завідувач кафедри математики і методики викладання математики Інституту фізико-математичної та інформатичної освіти і науки НПУ ім. М. Драгоманова, професор, кандидат педагогічних наук

**ШВЕЦЬ Лідія Прокопівна** — доцент НУ «Львівська політехніка», кандидат фізико-математичних наук

## КОРЕСПОНДЕНТАМ ЖУРНАЛУ

Тим, хто хоче виступити на сторінках журналу «Математика в школі», повідомляємо вимоги, які повинні задовольняти матеріали, що надходять до редакції.

1. Рукопис статті адресується до однієї з рубрик журналу. Можна запропонувати нову рубрику.

2. Рукопис подається у двох примірниках, надрукованих на друкарській машинці або комп'ютері стандартним шрифтом з відстанню між рядками не менше двох інтервалів; текст друкується на одній стороні білого паперу звичайного формату (А4). Обсяг рукопису не повинен перевищувати 12 сторінок друкованого тексту.

3. До рукопису, які містять задачі, обов'язково додавати розв'язання всіх задач.

Рецензії на книжки надсилаються до редакції

разом з рецензованою книжкою (книжки за бажанням автора будуть повернені).

4. Усі цитати й посилання на статті та книжки мають бути ретельно вивірені за першоджерелами. У виносі обов'язково вказувати, звідки взято цитату, автора та назву книжки або статті, видання, в якому ця стаття опублікована, місто, видавництво, рік видання та номер сторінки.

5. Малюнки й фотографії додаються до рукопису на окремих аркушах у двох примірниках. Малюнки (схеми та креслення) мають бути виконані чітко та охайно з дотриманням загальноприйнятих стандартних позначень.

6. Фотографії (автора, групи авторів, учителя з учнями тощо) мають бути віддруковані на глянцевому папері, підписані м'яким олівцем лише на

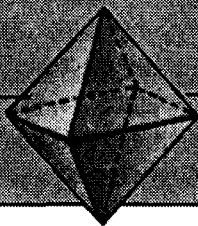
одному примірнику. Другий примірник фотографій подається обов'язково чистим (з обох сторін), без поміток.

7. Рукопис підписується автором (якщо авторів кілька, то необхідний підпис кожного з них). Після підпису вказуються такі відомості про авторів: прізвище, ім'я, по батькові (без скорочень), місце роботи, посада, домашня адреса з поштовим індексом, телефон.

8. Найкраще подавати матеріали, підготовлені за допомогою комп'ютера. В цьому випадку бажано дотримуватися таких вимог: текст статті має бути набраний у текстовому редакторі Microsoft Word версії не вище Microsoft Word-2000, а формули — у редакторі формул Microsoft Equation версії не вище Microsoft Equation-3.01. Дискети авторам статей не повертаються.

Редакція журналу





Сергій СЕМЕНЕЦЬ

## Геометричні місця точок площини: постановка та розв'язування навчальних задач

**Ф**ормування в учнів системних знань, науково-теоретичного мислення, узагальнених способів дій у процесі розв'язування поставлених навчальних задач і розвиток на цій основі здібностей до самоосвіти, самовиховання та саморозвитку — такі завдання ставляться в рамках системи розвивальної освіти з метою становлення особистості, яка, за визначенням В. В. Давидова, «створює нові форми суспільного життя» [1, 47]. Реалізація концепції розвивального навчання в основній і старшій школі передбачає організацію навчальної діяльності школярів, що ґрунтується на їхній пошуково-дослідницькій активності та здійснюється у формі постановки та розв'язування навчальних задач. Тому **актуальною проблемою** теорії і практики розвивального навчання математики в основній і старшій школі є створення системи навчальних задач, що мають розв'язуватися в процесі колективної (колективно розподіленої) та індивідуальної навчальної діяльності школярів. Зважаючи на відомі вчителям математики труднощі, які виникають в учнів у процесі вивчення геометрії, достатньо низький рівень геометричної підготовки випускників загальноосвітніх шкіл, не можна недооцінювати значущість такої системи задач у шкільному курсі планіметрії та стереометрії. **Метою** цієї статті є:

1) визначення навчальних задач, які мають ставитися в процесі вивчення школярами геометричних місць точок площини;

2) проектування моделі навчальної діяльності школярів у процесі розв'язування частинних геометричних задач на відшукування геометричних місць точок (ГМТ);

3) побудова навчальної моделі методу ГМТ та її реалізація в процесі розв'язування задач конструктивної геометрії.

Важливе місце в шкільному курсі геометрії посідають геометричні місця точок, пов'язаний із ними метод ГМТ розв'язування задач на побудову. Загалом варто зазначити, що аксіоматична структурованість, наявність загальної схеми розв'язування задач, що включає чотири етапи (аналіз, побудова, доведення, дослідження), ґрунтовне методологічне підґрунтя (система методів розв'язування задач), які лежать в основі конструктивної геометрії, дають змогу поєднувати в навчальному процесі теоретичне, візуальне, аналітичне, креативне мислення та формувати власний навчально-пізнавальний стиль.

Змістом першої навчальної задачі, яка ставить-

ся у зв'язку з вивченням школярами геометричних місць точок площини, є формування теоретичного поняття «геометричного місця точок» та відшукування основних ГМТ площини, що зводиться до розв'язування двох взаємообернених задач: якщо точка площини має цілком певну властивість, то вона належить ГМТ; із належності точки ГМТ випливає, що вона має відповідну властивість. За логікою така структура означає повну визначеність (існування та єдиність) ГМТ як деякої кривої. Організований учителем конструктивний діалог, змістовий аналіз наведених конкретних прикладів (кола, бісектриси кута) приводить учнів до висновку (змістового узагальнення) про те, що ГМТ — це фігура, яка містить усі точки площини, кожна з яких має цілком певну (одну й ту саму) властивість. У рамках першої навчальної задачі обґрунтовуються такі ГМТ:

1) коло — ГМТ рівновіддалених від заданої точки;

2) серединний перпендикуляр відрізка — ГМТ рівновіддалених від його кінців;

3) паралельна пряма — ГМТ рівновіддалених від даної прямої;

4) бісектриса кута — ГМТ рівновіддалених від сторін кута;

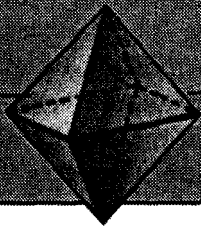
5) коло з виколотими діаметральними точками — ГМТ, з яких даний відрізок (діаметр кола) видно під прямим кутом;

6) дуга кола з виколотими кінцями — ГМТ, з яких заданий відрізок (відповідна хорда) видно під заданим кутом і міститься в одній півплощині відносно прямої, що проходить через виколоті точки;

7) коло Аполлонія — ГМТ відношення відстаней, від яких до заданих двох точок є величина стала, що не дорівнює 0 та 1.

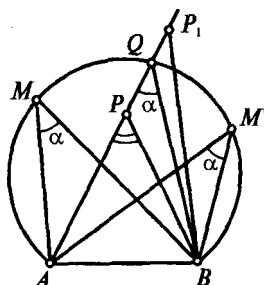
Усі названі ГМТ входять до шкільного підручника геометрії О. В. Погорелова. Наведемо розв'язання однієї з них (сьомої), що за своєю логікою реалізовує загальну схему розв'язання поставленої навчальної задачі відповідно до логіки сходження від абстрактного (загального) до конкретного. Залежно від рівня підготовки класу, сформованості в учнів колективних та колективно розподілених форм навчальної діяльності, вчитель організовує навчальний діалог, який, за визначенням В. В. Репкіна і Н. В. Репкіної, є формою сумісної діяльності школярів і вчителя [2, 11]. У процесі знаходження розв'язання цих задач доцільно використовувати гіпотетичні міркування.

**Доведення.** Нехай  $A, B$  — задані точки,  $\alpha$  — кут з визначеною градусною мірою. Якщо  $M$  — довільна точка шуканого ГМТ, то  $\angle AMB = \alpha$  — за умовою. Проведемо коло через три точки  $A, M$  і  $B$  (мал. 2). Тоді для всякої точки  $M'$  дуги кола  $AMB$  (окрім точок  $A$  і  $B$ ) кут  $\angle AM'B$  теж дорівнює  $\alpha$  (за теоремою про кут, вписаний у коло). Тобто до-



вільна точка цієї дуги також належить шуканому ГМТ.

Для того щоб довести, що названа дуга кола  $AMB$  є шуканим ГМТ, достатньо обґрунтувати, що з точок, які не належать цій дузі, відрізок  $AB$  видно під кутом  $\beta \neq \alpha$ . Нехай точка  $P$  лежить в області, що обмежена дугою  $AMB$ . Тоді за теоремою про зовнішній кут трикутника  $\angle APB > \angle AQB = \alpha$ . Якщо ж вибрати точку  $P_1$  поза вказаною областю, то одержимо:  $\angle AP_1B < \alpha$ .

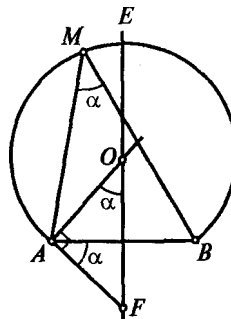


Мал. 2

Отже, ГМТ, з яких даний відрізок  $AB$  видно під заданим кутом  $\alpha$  і таких, що розташовані в одній півплощині відносно прямої  $AB$  (так говорять у більшості випадків), є дуга кола з кінцями в точках  $A$  і  $B$ . Самі ж точки  $A$  і  $B$  не належать цьому ГМТ.

Реалізуючи визначену загальну схему, школярі переходять до розв'язування нової частинної задачі, пов'язаної зі створенням алгоритму побудови ГМТ площини, з яких даний відрізок  $AB$  видно під заданим кутом  $\alpha$ . Побудова визначеного ГМТ впливає із проведеного учнями аналізу. Наведемо їх зміст.

**Аналіз.** Нехай дуга кола така, що всякий кут  $AMB$  має градусну міру  $\alpha$  (мал. 3). Задача зводиться до відшукування центра дуги кола. Оскільки центр  $O$  має бути однаково віддаленим від точок  $A$  і  $B$ , то він належить ГМТ рівновіддалених від точок  $A$  і  $B$ . З іншого боку, центр  $O$  має лежати на перпендикулярі  $AO$ , проведеному до дотичної кола  $AF$  у його точці  $A$ . Тому точка  $O$  є точкою перетину прямих  $OA$  і  $FE$ . Очевидно, що кути  $AMB$  і  $FAB$  дорівнюють половині одного й того самого центрального кута, а тому рівні між собою. Отже,  $\angle FAB = \alpha$ . Із проведеного аналізу впливає такий алгоритм **побудови**:



Мал. 3

- 1) проводимо серединний перпендикуляр відрізка  $AB$ ;
- 2) відкладаємо  $\angle FAB = \alpha$ ;
- 3) у точці  $A$  будемо перпендикуляр до прямої  $AF$ ;
- 4) у перетині побудованих перпендикулярів знаходимо точку  $O$ ;
- 5) будемо дугу кола з центром в точці  $O$  і радіусом  $OA$ .

Важливу роль у курсі планіметрії загальноосвітньої школи відіграють навчальні задачі, розв'язування яких передбачає створення узагальнених способів дій, що лежать в основі існуючих методів

розв'язування задач на побудову. Вважаємо, що постановку задачі на побудову доцільно розглядати як неявне задання фігури, яку потрібно побудувати, а процес розв'язування задачі на побудову є переходом від неявного задання фігури в умові задачі до явного на етапі побудови [3]. У процесі вивчення геометричних місць точок в основній школі має розв'язуватися навчальна задача, пов'язана з формуванням загального способу розв'язування цілого типу задач конструктивної геометрії — методу ГМТ.

Вважаємо, що за базову задачу, яка розв'язується методом ГМТ може бути вибрана задача з підручника [4].

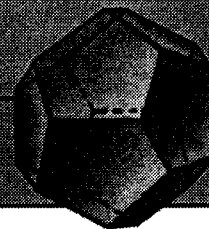
**Задача.** Дано три точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Побудувати точку  $X$ , яка однаково віддалена від точок  $A$  і  $B$  та розташована на даній відстані від точки  $C$ .

Змістовий аналіз способу розв'язування поставленої задачі приводить до побудови відповідної навчальної моделі, що містить узагальнений спосіб навчальних дій, які виконуються в процесі розв'язування задач на побудову методом ГМТ. Наведемо його структуру:

1. Змістовий аналіз задачі на побудову геометричної фігури, у результаті якого обґрунтовується доцільність побудови точки, що задовольняє двом умовам (має дві властивості).
2. Виділення (чи обґрунтування) двох фігур, що є геометричним місцем точок площини зі знайденими властивостями.
3. Побудова виділених геометричних фігур (двох ГМТ).
4. Знаходження точки (точок) перетину побудованих ГМТ.
5. Побудова шуканої геометричної фігури.
6. Контроль за виконанням навчальних дій.
7. Оцінка рівня засвоєння узагальненого способу дій, що лежить в основі розв'язування задач на побудову методом ГМТ.

Реалізація побудованої навчальної моделі, до якої належать компоненти, що ґрунтуються на рефлексії (6—7), має здійснюватися в процесі створення та розв'язування системи частинних задач. У цьому випадку навчальна діяльність виконується відповідно до логіки сходження від загального (абстрактного) до конкретного. Оскільки в пропонованій системі задач є такі, що створюються самостійно школярами, то виконувана ними навчальна діяльність матиме особистісну значущість і не зникатиме навчально-пізнавальний інтерес у процесі традиційного формування практичних умінь і навичок, коли створений узагальнений спосіб дій необхідно застосовувати в конкретних навчальних ситуаціях постановки та розв'язування типових задач.

Таким чином, у процесі вивчення геометричних місць точок площини в основній школі мають розв'язуватися дві навчальні задачі. У рамках першої обґрунтовується теоретичне поняття



«геометричне місце точок», знаходяться та будуються основні ГМТ площини. Друга навчальна задача пов'язана з формуванням узагальненого способу дій у процесі розв'язування задач конструктивної геометрії методом ГМТ. Актуальним питанням методики розвивального навчання математики в старшій школі є також створення навчальних моделей, що відображають узагальнені способи дій у процесі побудови перерізів многогранників методами слідів та внутрішнього проектування.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / Международная Ассоциация «Развивающее обучение». — М.: Интор, 1996.
2. Практика развивального навчання. Збірник статей. — Харків, 2004.
3. Боравльов А. П., Ленчук І. Г. Аналіз у розв'язуванні задач на побудову: Посібник для студентів математичних спеціальностей. — К.: Вища шк., 2002.
4. Погорелов О. В. Геометрія: Підруч. для 7—11 кл. серед. шк. — К.: Рад. школа, 1991.

Ірина КОРНЕЙЧУК

## Аналогія у вивченні властивостей піраміди

**Б**агатий матеріал для формування прийому аналогії має шкільний курс геометрії, де прийом аналогії може бути використаний при формуванні понять, при доведенні теорем і розв'язуванні задач. У рамках систематичного курсу стереометрії можна навчити цьому прийому, якщо виділити дії, з яких складається прийом аналогії, і організувати їх поетапне формування.

У своїх дослідженнях [1] ми зверталися до застосування аналогії для відшукування невідомого об'єкта в умовах процесу навчання, при цьому виходили з такого трактування. Аналогія — це дослідження невідомого об'єкта (оригіналу) засобами побудови і вивчення системи його моделей з ціллю отримання відомостей про цей об'єкт. Аналогія в даному випадку розуміється як відношення між довільною моделлю та її оригіналом і є основою для перенесення інформації, отриманої при вивченні моделі, на оригінал. Перенесення інформації з моделі на оригінал називатимемо висновком за аналогією.

Таким чином, дослідження (формування, з'ясування властивостей, знаходження і т. д.) оригіналу за допомогою аналогії передбачає: а) побудову відповідної цьому оригіналу системи моделей; б) вивчення властивостей цієї системи; в) перенесення деяких із цих властивостей на оригінал (висновок за аналогією).

Засвоєння прийому аналогії може відбуватися двома шляхами: стихійно і цілеспрямовано. У першому випадку прийом аналогії не виступає як спеціальний об'єкт засвоєння, його становлення відбувається у ході засвоєння знань, під час розв'язування задач, де аналогія є засобом і тому залишається недостатньо усвідомленою, узагальненою. У випадку другого шляху аналогія виступає як об'єкт спеціального засвоєння організованої діяльності вчителя і учнів. Цим прямим шляхом ми і йшли.

Виходячи з характеристик типів орієнтовної

основи дій, які П. Гальперін визначає як типи навчання, нами було обрано четвертий тип. Він характеризується тим, що орієнтири із застосування аналогії даються в готовому вигляді, тобто характерному не для часткового випадку, а для цілого їх класу. При цьому система орієнтирів повна, достатня для правильного виконання дії у всіх випадках, які належать до даного класу. І врешті, орієнтовна основа дії дається в готовому вигляді, а не виділяється учнем самостійно. Корисним є те, що учні отримують готову орієнтовну основу дій і в подальшому користуються нею при роботі з усіма наступними подібними завданнями.

Метою даної статті є висвітлення можливостей формування вмінь учнів використовувати аналогію у шкільному курсі стереометрії, зокрема при вивченні властивостей піраміди. У цьому процесі ми виділяємо чотири етапи: етап ознайомлення учнів з правилом-орієнтиром формулювання висновків за аналогією; етап формування дії в матеріальному (або матеріалізованому) вигляді; етап формування дії як внутрішньомовленевої (коли всі елементи дії фіксуються учнем через мову); етап формування дії при промовлянні про себе окремих елементів дії.

Матеріал шкільного курсу стереометрії, починаючи з перших тем, а саме вивчення прямих і площин у просторі, дає змогу підібрати твердження для узагальнення діяльності з формування вмінь використовувати аналогію. Матеріал наступних тем курсу дає можливість перевести ці дії, які формуються, у внутрішньомовленеві, розумові. Розглянемо застосування запропонованої методики при вивченні властивостей піраміди.

1. *Етап ознайомлення учнів з правилом-орієнтиром формулювання висновків за аналогією (або його повторення).*

Учитель пояснює учням правило-орієнтир формулювання висновків за аналогією (або разом з учнями нагадує його), яке складається з таких етапів: